



Wstęp do algebry i teorii liczb Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Nauczanie matematyki i informatyki	Cykl dydaktyczny 2023/24
Specjalność -	Kod zajęć 06NMIS.11K.00193.23
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki	Języki wykładowe Polski
Poziom studiów studia pierwszego stopnia	Obligatoryjność Obowiązkowy
Forma studiów studia stacjonarne	Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Profil studiów profil ogólnoakademicki	
Koordynator zajęć	Jędrzej Garnek
Prowadzący zajęcia	Jędrzej Garnek, Dorota Blinkiewicz

Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia <ul style="list-style-type: none">Wykład: 30, EgzaminĆwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6
---------------------------	---	---------------------------------

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami algebry i teorii liczb.

Wymagania wstępne

Wiedza na poziomie matematyki podstawowej z liceum.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	Student zna pojęcie liczby pierwszej i złożonej oraz podzielności w pierścieniu liczb całkowitych. Zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące arytmetyki liczb całkowitych, w tym twierdzenie o dzieleniu z resztą, lemat Euklidesa, algorytm Euklidesa, Zasadnicze Twierdzenie Arytmetyki. Zna warunek rozwiązalności równań postaci $ax+by=c$.	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe
W2	Zna definicję i własności arytmetyczne kongruencji oraz podstawowe twierdzenia dotyczące kongruencji, w tym twierdzenie o rozwiązywaniu kongruencji liniowych z jedną niewiadomą, małe twierdzenie Fermata, twierdzenie Eulera, chińskie twierdzenie o resztach.	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe
W3	Zna definicję działania w zbiorze, podstawowe własności działań oraz potrafi wskazać przykłady działań w różnych zbiorach. Zna definicje podstawowych struktur algebraicznych: grupy, pierścienia i ciała, potrafi je rozpoznać wśród struktur poznanych w szkole średniej oraz wie, jakie są podstawowe własności tych struktur. Student zna przykłady tych struktur, w tym grupy $(\mathbb{Z}/n, +)$ oraz $(\Phi(n), *)$, grupy permutacji, pierścienia \mathbb{Z}/n , pierścienia wielomianów. Zna pojęcie homomorfizmu i izomorfizmu struktur algebraicznych oraz umie wskazać ich przykłady. Rozumie podstawowe definicje dotyczące grupy permutacji: złożenie i odwrócenie permutacji, rozkład na cykle i transpozycje, pojęcie parzystości.	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe
W4	Student zna definicję i własności liczb zespolonych, części rzeczywistej i urojonej, sprzężenia, postaci trygonometrycznej, modułu i argumentu liczby zespolonej. Student zna wzór de Moivre'a oraz interpretację geometryczną działań na liczbach zespolonych. Student zna Zasadnicze Twierdzenie Algebry.	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe
Umiejętności - Student/ka:			
U1	Student umie rozwiązać proste zadania dotyczące liczb naturalnych, podzielności, największego wspólnego dzielnika, najmniejszej wspólnej wielokrotności, liczb pierwszych, w tym zadania na dowodzenie. Student potrafi rozłożyć liczbę na czynniki pierwsze. Potrafi wyznaczyć NWD i NWW dowolnego skończonego układu liczb całkowitych przy pomocy algorytmu Euklidesa oraz znając ich rozkład na czynniki pierwsze. Umie wyznaczyć wszystkie rozwiązania całkowite równań postaci $ax+by=c$.	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe

U2	Student potrafi rozwiązać kongruencje liniowe i układy kongruencji liniowych. Umie rozwiązać proste zadania związane z kongruencjami, w tym te związane z dowodzeniem. Stosuje kongruencje do rozwiązywania równań, do wyznaczania cech podzielności przez dowolną liczbę naturalną, do wyznaczania reszt z dzielenia przez ustaloną liczbę naturalną. Potrafi zastosować w praktyce twierdzenie o rozwiązywaniu kongruencji liniowych z jedną niewiadomą, małe twierdzenie Fermata, twierdzenie Eulera, chińskie twierdzenie o resztach. Student potrafi zastosować oraz wyprowadzić cechy podzielności przez wybrane liczby.	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe
U3	Student umie sprawdzić, czy zbiór wraz z podanym działaniem tworzy grupę. Student rozwiązuje proste zadania związane z grupami i pierścieniami, w tym zadania związane z dowodzeniem. Student umie wykonywać działania w przykładowych grupach (w szczególności zna działania modulo n). Student potrafi sprawdzić, czy podane odwzorowanie jest homomorfizmem lub izomorfizmem. Potrafi składać i odwracać permutacje, rozkładać je na cykle i transpozycje oraz ustalić parzystość permutacji.	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe
U4	Student potrafi wykonywać działania w ciele liczb zespolonych. Umie mnożyć, dzielić i potęgować liczby zespolone w postaci trygonometrycznej. Umie wykorzystać interpretację geometryczną działań na liczbach zespolonych w prostych zadaniach geometrycznych. Student potrafi rozwiązać podstawowe zadania dotyczące liczb zespolonych, w tym zadania na dowodzenie.	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Zadania domowe

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Arytmetyka liczb naturalnych: Podzielność w pierścieniu liczb całkowitych, liczby pierwsze i złożone. Podstawowe twierdzenia dotyczące liczb naturalnych, w tym twierdzenie o dzieleniu z resztą, lemat Euklidesa, algorytm Euklidesa, Zasadnicze Twierdzenie Arytmetyki. Rozwiązywanie równań postaci $ax+by=c$.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Kongruencje: Definicja i własności kongruencji. Rozwiązywanie kongruencji liniowych z jedną niewiadomą. Twierdzenia dotyczące kongruencji, w tym małe Fermata, Eulera, chińskie o resztach. Rozwiązywanie układów kongruencji liniowych.	W2, U2	Wykład, Ćwiczenia

3.	<p>Grupy i pierścienie:</p> <p>Działanie w zbiorze, własności działań (łączność, przemienność, element neutralny, elementy odwrotne). Grupa, pierścień, ciało. Elementy odwracalne i dzielniki zera w pierścieniu. Przykłady grup i pierścieni (w tym grupy $(\mathbb{Z}/n, +)$ oraz $(\text{Phi}(n), *)$, grupy permutacji, pierścień \mathbb{Z}/n, pierścień wielomianów). Homomorfizm i izomorfizm struktur algebraicznych. Grupa permutacji, składanie i odwracanie permutacji, rozkład na cykle i transpozycje oraz parzystość permutacji.</p>	W3, U3	Wykład, Ćwiczenia
4.	<p>Liczby zespolone:</p> <p>Ciało liczb zespolonych, moduł, argument i sprzężenie oraz postać algebraiczna i trygonometryczna liczby zespolonej. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych i wykonywanych działań. Wzór de Moivre'a.</p>	W4, U4	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych, Rozwiązywanie zadań na dowodzenie

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	<p>Aby zaliczyć wykład, należy zaliczyć ćwiczenia oraz zdać egzamin. Prowadzący może podnieść ocenę, kierując się oceną z ćwiczeń oraz aktywnością studenta.</p> <p>Skala ocen: bardzo dobry: 91% - 100% dobry plus: 81% - 90% dobry: 71% - 80% dostateczny plus: 61% - 70% dostateczny: 51% - 60% niedostateczny: 0% - 50%</p>
Ćwiczenia	<p>Aby zaliczyć ćwiczenia należy:</p> <ul style="list-style-type: none"> • zrobić w terminie zadania domowe, • zaliczyć każde z dwóch kolokwium. <p>Aby zdać kolokwium, należy uzyskać powyżej 50% punktów. Każde z kolokwium można raz poprawiać. W wypadku zdania kolokwium poprawkowego, wynik punktowy to $\max(50\% \text{ maksymalnej liczby punktów na kolokwium, średnia arytmetyczna liczby punktów z kolokwium i jego poprawy})$.</p> <p>W uzasadnionych przypadkach prowadzący może pozwolić na podejście do poprawy raz jeszcze.</p> <p>Prowadzący może podwyższyć ocenę na podstawie aktywności studenta.</p> <p>Skala ocen: bardzo dobry: 91% - 100% dobry plus: 81% - 90% dobry: 71% - 80% dostateczny plus: 61% - 70% dostateczny: 51% - 60% niedostateczny: 0% - 50%</p>

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Iwaszkiewicz-Rudoszańska, Wstęp do algebry i teorii liczb, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, 2009

Dodatkowa

1. T. Fryska, Wstęp do algebry i teorii liczb, Wstęp do algebry i teorii liczb, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, 1997
2. Maciej Bryński, Elementy teorii grup, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, 1971

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	20
Przygotowanie do zaliczenia	20
Przygotowanie do egzaminu	20
Czytanie wskazanej literatury	45
Inne	15
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 180
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
NMI_K1_U02	Absolwent/ka potrafi posługiwać się metodami i aparatem pojęciowym algebry i teorii liczb oraz algebry liniowej i geometrii,
NMI_K1_U04	Absolwent/ka potrafi prowadzić matematyczne rozmowania i dokonywać złożonych obliczeń oraz wykazywać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego,
NMI_K1_U05	Absolwent/ka potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych i informatycznych poprawnym, zrozumiałym językiem,
NMI_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia algebry i teorii liczb oraz algebry liniowej i geometrii,
NMI_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne oraz kontrprzykłady pozwalające obalić błędne hipotezy,