



## Wstęp do algebry i teorii liczb Sylabus zajęć

### Informacje podstawowe

<b>Kierunek studiów</b> Matematyka	<b>Cykl dydaktyczny</b> 2024/25
<b>Specjalność</b> -	<b>Kod zajęć</b> 06MATS.11K.00193.24
<b>Jednostka organizacyjna</b> Wydział Matematyki i Informatyki	<b>Języki wykładowe</b> polski
<b>Poziom studiów</b> studia pierwszego stopnia	<b>Obligatoryjność</b> Obowiązkowy
<b>Forma studiów</b> studia stacjonarne	<b>Blok zajęciowy</b> Przedmioty kierunkowe
<b>Profil studiów</b> profil ogólnoakademicki	
<b>Koordinator zajęć</b>	Grzegorz Banaszak
<b>Prowadzący zajęcia</b>	Grzegorz Banaszak
<b>Okres</b> Semestr 1	<b>Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia</b> • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną
	<b>Liczba punktów ECTS</b> 5

### Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studentów z podstawowymi strukturami algebraicznymi oraz najważniejszymi własnościami grupy permutacji i ciała liczb zespolonych.
C2	Zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami arytmetyki modularnej oraz teorii podzielności.

### Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
<b>Wiedzy - Student/ka:</b>			
W1	Zna definicję działania w zbiorze i ich własności. Zna definicję podstawowych struktur algebraicznych takich jak grupa, pierścień, ciało, ich przykłady oraz pojęcie izomorfizmu między tymi strukturami.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	Zna i rozumie podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące grupy permutacji. Zna pojęcie znaku permutacji.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	Zna konstrukcję ciała liczb zespolonych.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	Zna pojęcie liczby pierwszej, liczby złożonej oraz podzielności w pierścieniu liczb całkowitych. Zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące arytmetyki liczb całkowitych, w szczególności zasadnicze twierdzenie arytmetyki.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W5	Zna definicję oraz podstawowe własności arytmetyczne relacji kongruencji.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W6	Zna pojęcie wielomianu o współczynnikach liczbowych. Zna twierdzenie Bezouta, pojęcie krotności pierwiastka oraz zasadnicze twierdzenie algebry.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
<b>Umiejętności - Student/ka:</b>			
U1	Potrafi wskazać przykłady działań w różnych zbiorach oraz sprawdzić jego podstawowe własności. Potrafi również rozpoznać dwie proste struktury izomorficzne oraz uzasadnić, czy dany zbiór z działaniem jest grupą, pierścieniem lub ciałem.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	Rozumie pojęcie permutacji, potrafi składać i odwracać permutacje, rozkładać na cykle i transpozycje oraz ustalić parzystość permutacji. Umie rozwiązać równania w grupie permutacji pamiętając, że składanie przekształceń nie jest przemienne.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	Potrafi przedstawić liczbę zespoloną w postaci algebraicznej i trygonometrycznej oraz rozumie interpretację geometryczną liczby zespolonej. Umie wykonywać podstawowe operacje na liczbach zespolonych, potęgować liczby zespolone w postaci trygonometrycznej, a także obliczać jej pierwiastki stopnia naturalnego.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	Potrafi wyznaczyć NWD i NWW dowolnego skończonego układu liczb całkowitych przy pomocy algorytmu Euklidesa. Umie wyznaczyć wszystkie rozwiązania całkowite równań postaci: $ax+by=c$ oraz znaleźć element odwrotny w arytmetyce modularnej korzystając z algorytmu Euklidesa.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

U5	Rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o rozwiązalności kongruencji liniowej, chińskie twierdzenie o resztach, małe twierdzenie Fermata oraz twierdzenie Eulera. Potrafi zastosować kongruencje do wyznaczania cech podzielności przez dowolną liczbę naturalną.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U6	Potrafi dodawać i mnożyć wielomiany. Rozumie znaczenie pierwiastka wielomianu i umie stosować schemat Hornera. Umie wykonać dzielenie z resztą wielomianu przez wielomian.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
<b>Kompetencji społecznych - Student/ka:</b>			
K1	Jest gotów/gotowa do samodzielnego studiowania bardziej złożonych pojęć z algebry i teorii liczb na poziomie studiów I stopnia.	MAT_K1_K01, MAT_K1_K04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

### Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Definicja działania w zbiorze, własności działań, przykłady działań w różnych zbiorach, w tym działanie modulo $n$ . Podstawowe struktury algebraiczne: grupa, pierścień i ciało. Pojęcie izomorfizmu struktur algebraicznych.	W1, U1, K1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące grupy permutacji. Pojęcie permutacji, składanie i odwracanie permutacje, rozkład na cykle i transpozycje oraz parzystość permutacji. Pojęcie znaku permutacji.	W2, U2	Wykład, Ćwiczenia
3.	Ciało liczb zespolonych, działania na liczbach zespolonych, postać algebraiczna i trygonometryczna. Wzór de Moivre'a oraz pierwiastkowanie liczb zespolonych.	W3, U3, K1	Wykład, Ćwiczenia
4.	Pojęcie i podstawowe własności podzielności liczb całkowitych. Wyznaczanie NWD i NWW dowolnego skończonego układu liczb całkowitych przy pomocy algorytmu Euklidesa. Warunek rozwiązywalności równania postaci $ax+by=c$ .	W4, U4, K1	Wykład, Ćwiczenia
5.	Pojęcie liczby pierwszej i złożonej. Sito Eratostenesa. Zasadnicze twierdzenie arytmetyki o rozkładzie liczb na iloczyn liczb pierwszych oraz jego zastosowanie do wyznaczania NWD i NWW.	W4, U4, K1	Wykład, Ćwiczenia
6.	Pojęcie kongruencji oraz jej podstawowe własności. Twierdzenie o rozwiązywalności kongruencji liniowych oraz chińskie twierdzenie o resztach.	W5, U5, K1	Wykład, Ćwiczenia
7.	Małe twierdzenie Fermata. Definicja i multiplikatywność funkcji Eulera. Wykorzystanie rozkładu liczby złożonej na iloczyn potęg liczb pierwszych do obliczenia wartości funkcji Eulera. Twierdzenie Eulera. Wyprowadzanie cech podzielności.	W5, U5, K1	Wykład, Ćwiczenia

8.	Pojęcie wielomianu, pierścienia wielomianów Pierwiastek. wielomianu, twierdzenie Bezouta oraz schemat Hornera. Dzielenie wielomianu przez wielomian. Krotności pierwiastka oraz zasadnicze twierdzenie algebry.	W6, U6, K1	Wykład, Ćwiczenia
----	---	------------	-------------------

### Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny
Ćwiczenia	Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Zdanie egzaminu pisemnego oraz zaliczenie części ćwiczeniowej. Skala ocen jest następująca: <ul style="list-style-type: none"> <li>• bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów</li> <li>• dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów</li> <li>• dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów</li> <li>• dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów</li> <li>• dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów</li> <li>• niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej</li> </ul>
Ćwiczenia	Zdobycie co najmniej 50% możliwych punktów w sumie z dwóch kolokwiów. Skala ocen jest następująca: <ul style="list-style-type: none"> <li>• bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów</li> <li>• dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów</li> <li>• dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów</li> <li>• dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów</li> <li>• dostateczny (dst; 3,0) - 50% punktów lub więcej</li> <li>• niedostateczny (ndst; 2,0) - mniej niż 50% punktów</li> </ul> Na końcu semestru odbędzie się jedno kolokwium poprawkowe w przypadku nie uzyskania 50% z dwóch kolokwiów pisanych w regularnym terminie.

### Literatura

#### Obowiązkowa

1. A. Iwaszkiewicz-Rudoszańska, Wstęp do algebry i teorii liczb, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2009.
2. J. Rutkowski, Teoria liczb w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2018.

#### Dodatkowa

1. T. Fryska, Wstęp do algebry i teorii liczb, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1995.
2. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
3. W. Sierpiński, Teoria liczb, t. I,II, PWN, Warszawa 1959.

### Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30

Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	10
Przygotowanie do egzaminu	30
Przygotowanie do zaliczenia	20
Przygotowanie do zajęć	30
<b>Łączny nakład pracy studenta</b>	<b>Liczba godzin</b> 150
<b>Liczba punktów ECTS</b>	<b>ECTS</b> 5

\* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

## Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do uznania ograniczenia własnej wiedzy i zrozumienia potrzeby dalszego kształcenia
MAT_K1_K04	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze i bazach danych
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem logiki matematycznej, teorii mnogości z uwzględnieniem algebry zbiorów, rachunku kwantyfikatorów, relacji porządkujących i relacji równoważności w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretnej