



UNIWERSYTET  
IM. ADAMA MICKIEWICZA  
W POZNANIU

## Matematyka w geodezji i kartografii

### Sylabus zajęć

#### Informacje podstawowe

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Kierunek studiów</b><br>Geodezja i kartografia<br><b>Specjalność</b><br>-<br><b>Jednostka organizacyjna</b><br>Wydział Nauk Geograficznych i Geologicznych<br><b>Poziom studiów</b><br>studia inżynierskie pierwszego stopnia<br><b>Forma studiów</b><br>studia niestacjonarne<br><b>Profil studiów</b><br>profil ogólnoakademicki |                                                                                                                          | <b>Cykl dydaktyczny</b><br>2026/27<br><b>Kod zajęć</b><br>07GIKN.31.02578.26<br><b>Języki wykładowe</b><br>polski<br><b>Obligatoryjność</b><br>Obowiązkowy<br><b>Blok zajęciowy</b><br>Przedmioty podstawowe |
| <b>Koordynator zajęć</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Dorota Blinkiewicz                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Prowadzący zajęcia</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Dorota Blinkiewicz, Dorota Banaszak                                                                                      |                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Okres</b><br>Rok 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia</b><br>• Wykład: 15, Egzamin<br>• Laboratorium: 15, Zaliczenie z oceną | <b>Liczba punktów ECTS</b><br>5                                                                                                                                                                              |

#### Cele kształcenia dla zajęć

| Kod | Cel                                                                                                                                                                                   |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C1  | Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z wybranymi zagadnieniami teoretycznymi i metodami bardziej zaawansowanych działów matematyki oraz przygotowanie do posługiwania się nimi. |

#### Wymagania wstępne

Wiedza oraz umiejętności z zakresu matematyki na poziomie szkoły średniej.

## Efekty uczenia się dla zajęć

| Kod                               | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie                                                                                                                         | Efekty uczenia się dla kierunku | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>Wiedzy - Student/ka:</b>       |                                                                                                                                                                 |                                 |                                                              |
| W1                                | zna wybrane zagadnienia teorii mnogości (zbiorów).                                                                                                              | GIK_K3_W07                      | Egzamin pisemny                                              |
| W2                                | zna i rozumie wybrane zagadnienia algebry liniowej.                                                                                                             | GIK_K3_W07                      | Egzamin pisemny                                              |
| W3                                | zna i rozumie wybrane zagadnienia dotyczące teorii funkcji jednej zmiennej.                                                                                     | GIK_K3_W07                      | Egzamin pisemny                                              |
| W4                                | zna i rozumie wybrane zagadnienia dotyczące rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.                                                            | GIK_K3_W07                      | Egzamin pisemny                                              |
| W5                                | zna i rozumie wybrane zagadnienia dotyczące rachunku całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych.                                                                | GIK_K3_W07                      | Egzamin pisemny                                              |
| <b>Umiejętności - Student/ka:</b> |                                                                                                                                                                 |                                 |                                                              |
| U1                                | posługuje się wybranymi metodami teorii mnogości (w szczególności umie wykonywać podstawowe operacje na zbiorach).                                              | GIK_K3_U09                      | Kolokwium pisemne                                            |
| U2                                | posługuje się wybranymi metodami algebry liniowej (w szczególności potrafi stosować metody rachunku macierzowego i rozwiązywać układy równań liniowych).        | GIK_K3_U09                      | Kolokwium pisemne                                            |
| U3                                | stosuje wybrane metody teorii funkcji jednej zmiennej (w szczególności umie obliczać granice funkcji).                                                          | GIK_K3_U09                      | Kolokwium pisemne                                            |
| U4                                | posługuje się wybranymi metodami rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych (w szczególności umie obliczać pochodne i pochodne cząstkowe funkcji). | GIK_K3_U09                      | Kolokwium pisemne                                            |
| U5                                | stosuje wybrane metody rachunku całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych (w szczególności umie obliczać całki pojedyncze, wielokrotne i iterowane).           | GIK_K3_U09                      | Kolokwium pisemne                                            |

## Treści programowe dla zajęć

| Lp. | Treści programowe dla zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Efekty uczenia się dla zajęć | Formy zajęć          |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|----------------------|
| 1.  | Teoria mnogości: - pojęcie zbioru, - należenie do zbioru, - inkluzja (zawieranie zbiorów), - podstawowe operacje na zbiorach (suma, przekrój, różnica).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | W1, U1                       | Wykład, Laboratorium |
| 2.  | Elementy algebry liniowej: - pojęcie macierzy, - stopień macierzy, - równość macierzy, - działania na macierzach (transponowanie, dodawanie, odejmowanie i mnożenie macierzy), - wyznacznik macierzy (metoda Sarrusa, rozwinięcie Laplace'a), - macierz odwrotna, - układ równań liniowych, - rozwiązanie układu równań liniowych (w tym podział układów równań ze względu na liczbę rozwiązań: układ sprzeczny, oznaczony i nieoznaczony), - układ równań Cramera i wzory Cramera, - metoda Gaussa-Jordana. | W2, U2                       | Wykład, Laboratorium |

| Lp. | Treści programowe dla zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Efekty uczenia się dla zajęć | Formy zajęć          |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|----------------------|
| 3.  | Funkcje: - definicja funkcji, - funkcje elementarne, - dziedzina funkcji, - złożenie funkcji, - funkcja odwrotna, - funkcje cyklometryczne (arcus sinus, arcus cosinus), - granica funkcji w punkcie i w nieskończoności - ciągłość funkcji.                                                                                                                                             | W3, U3                       | Wykład, Laboratorium |
| 4.  | Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej: - pochodna funkcji i jej interpretacja geometryczna i fizyczna, - pochodne wyższego rzędu, - metody obliczania pochodnych, - wzór prostej stycznej do wykresu funkcji, - przebieg zmienności funkcji, - wartość największa i najmniejsza funkcji (w tym twierdzenie Weierstrassa o kresach), - reguła de l'Hospitala.                      | W4, U4                       | Wykład, Laboratorium |
| 5.  | Rachunek całkowy jednej zmiennej: - funkcja pierwotna i całka nieoznaczona, - metody całkowania (w tym wzór na całkowanie przez części, wzór na całkowanie przez podstawienie), - całka oznaczona i jej interpretacja geometryczna i fizyczna, - podstawowe zastosowania geometryczne, - całka niewłaściwa.                                                                              | W5, U5                       | Wykład, Laboratorium |
| 6.  | Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: - definicja funkcji wielu zmiennych, - dziedzina i wykres funkcji wielu zmiennych, - pochodne cząstkowe (pierwszego i wyższych rzędów), - reguły obliczania pochodnych cząstkowych, - wzór płaszczyzny stycznej do wykresu funkcji dwóch zmiennych, - ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych, - pochodna kierunkowa, - gradient funkcji. | W4, U4                       | Wykład, Laboratorium |
| 7.  | Rachunek całkowy funkcji wielu zmiennych: - całki iterowane, - całki wielokrotne, - twierdzenia Fubiniiego o zamianie całek wielokrotnych na iterowane, - współrzędne biegunowe dla całki podwójnej, - podstawowe zastosowania geometryczne.                                                                                                                                             | W5, U5                       | Wykład, Laboratorium |

### Informacje dodatkowe

| Forma zajęć  | Metody i formy prowadzenia zajęć                                                                                             |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wykład       | Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Rozwiązanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych) |
| Laboratorium | Rozwiązanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych)                                                         |

| Forma zajęć | Warunki zaliczenia zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wykład      | Na końcową ocenę składa się wynik uzyskany na egzaminie pisemnym w formie pytań otwartych.<br>Skala ocen:<br>1. Bardzo dobry (bdb; 5,0) – 90,0% punktów i powyżej,<br>2. Dobry plus (db plus; 4,5) – 80,0-89,9% punktów,<br>3. Dobry (db; 4,0) – 70,0-79,9% punktów,<br>4. Dostateczny plus (dst plus; 3,5) – 60,0-69,9% punktów,<br>5. Dostateczny (dst; 3,0) – 50,0-59,9% punktów,<br>6. Niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów. |

| Forma zajęć  | Warunki zaliczenia zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Laboratorium | <p>Na końcową ocenę składa się wynik uzyskany z kolokwium pisemnych w postaci pytań otwartych.</p> <p>Skala ocen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bardzo dobry (bdb; 5,0) – 90,0% punktów i powyżej,</li> <li>2. Dobry plus (db plus; 4,5) – 80,0-89,9% punktów,</li> <li>3. Dobry (db; 4,0) – 70,0-79,9% punktów,</li> <li>4. Dostateczny plus (dst plus; 3,5) – 60,0-69,9% punktów,</li> <li>5. Dostateczny (dst; 3,0) – 50,0-59,9% punktów,</li> <li>6. Niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.</li> </ol> <p>Dopuszczalna jest jedna nieusprawiedliwiona nieobecność na zajęciach. Wymagane jest rozliczenie zadań z tych zajęć.</p> |

## Literatura

### Obowiązkowa

1. Gleichgewicht B., Algebra: podręcznik dla kierunków nauczycielskich studiów matematycznych, PWN, 1983 (wybrane fragmenty)
2. Krywicki W., Włodarski L., 2008. Analiza matematyczna w zadaniach, tomy 1-2. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa (wybrane fragmenty)
3. Stewart J., 2007. Essential Calculus, ThomsonBrooks/Cole (wybrane fragmenty)
4. Zill D. G., 1985. Calculus with analytic geometry, PWS Publishers (wybrane fragmenty)

### Dodatkowa

1. Banaś J., Wędrychowicz S., 1993. Zbiór zadań z analizy matematycznej. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
2. Cewe A., Nahorska H., Pancer I., 1999. Tablice matematyczne. Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk.
3. Dobrowolska K., Dyczka W., Jakuszenkow K., 1999. Matematyka dla studentów studiów technicznych, tomy 0-2, Sp. cyw. autorów HELPMATH, Łódź.
4. Dróbka N., Szymański K., 1994. Zbiór zadań z matematyki dla klasy I i II liceum ogólnokształcącego. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa.
5. Dróbka N., Szymański N., 1999. Zbiór zadań z matematyki dla klasy III i IV liceum ogólnokształcącego. Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne S.A., Warszawa.
6. Fichtenholz G.M., 1985. Rachunek różniczkowy i całkowity, tomy 1-2. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
7. Hauke J., 2013. Matematyka: skrypt dla studentów. Wydawnictwo Paweł Churski, Poznań.
8. Kołodziej W., 1978. Analiza matematyczna. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
9. Lassak M., 2003. Zadania z analizy matematycznej. Wydawnictwo Wspierania Procesu Edukacji, Warszawa.
10. Musielak H., Musielak J. 1993. Analiza matematyczna, tom 1. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.
11. Rudin W., 1976. Podstawy analizy matematycznej. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
12. Sadowski M., 1998. Rachunek różniczkowy i całkowity w zadaniach. Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk.
13. Sikorska J., 2013. Zbiór zadań z matematyki dla studentów chemii. Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice.
14. Sołtysiak A. 2009. Analiza matematyczna, część 1. Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań.

## Nakład pracy studenta i punkty ECTS

| Rodzaje zajęć studenta | Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć |
|------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Wykład                 | 15                                                                  |
| Laboratorium           | 15                                                                  |
| Przygotowanie do zajęć | 50                                                                  |

|                                     |                             |
|-------------------------------------|-----------------------------|
| Czytanie wskazanej literatury       | 20                          |
| Przygotowanie do zaliczenia         | 30                          |
| Przygotowanie do egzaminu           | 20                          |
|                                     |                             |
| <b>Łączny nakład pracy studenta</b> | <b>Liczba godzin</b><br>150 |
| <b>Liczba punktów ECTS</b>          | <b>ECTS</b><br>5            |

\* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

## Efekty uczenia się dla kierunku

| Kod        | Treść                                                                                                                                                                       |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| GIK_K3_U09 | Absolwent/ka potrafi zastosować zaawansowane techniki i narzędzia badawcze w zakresie dziedzin nauki i dyscyplin naukowych właściwych dla geodezji, kartografii i geomatyki |
| GIK_K3_W07 | Absolwent/ka zna i rozumie matematykę i informatykę w zakresie niezbędnym dla zrozumienia w stopniu zaawansowanym zjawisk i procesów przyrodniczych                         |