



## Algebra liniowa 2

### Sylabus zajęć

#### Informacje podstawowe

|  |   |
|--|---|
| <b>Kierunek studiów</b><br>Matematyka                              | <b>Cykl dydaktyczny</b><br>2024/25  |
| <b>Specjalność</b><br>-  | <b>Kod zajęć</b><br>06MATS.12K.03580.24   |
| <b>Jednostka organizacyjna</b><br>Wydział Matematyki i Informatyki | <b>Języki wykładowe</b><br>polski   |
| <b>Poziom studiów</b><br>studia pierwszego stopnia                 | <b>Obligatoryjność</b><br>Obowiązkowy   |
| <b>Forma studiów</b><br>studia stacjonarne                         | <b>Blok zajęciowy</b><br>Przedmioty kierunkowe  |
| <b>Profil studiów</b><br>profil ogólnoakademicki                   |   |
| <b>Koordynator zajęć</b>   | Dorota Blinkiewicz  |
| <b>Prowadzący zajęcia</b>  | Dorota Blinkiewicz  |
| <b>Okres</b><br>Semestr 2  | <b>Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia</b><br>• Wykład: 30, Egzamin<br>• Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną |
|  | <b>Liczba punktów ECTS</b><br>5   |

#### Cele kształcenia dla zajęć

| Kod | Cel   |
|-----|---|
| C1  | przekazanie wiedzy z zakresu algebry liniowej, tj. zapoznanie studentów z pojęciami, metodami i twierdzeniami algebry liniowej oraz przygotowanie podstaw do innych przedmiotów matematycznych. |

#### Wymagania wstępne

- znajomość zagadnień wprowadzonych w trakcie Algebry liniowej 1 na pierwszym semestrze, tj. m.in. rozwiązywanie układów równań liniowych, teoria macierzy, teoria wyznaczników, teoria przestrzeni liniowych, przekształcenia

liniowe;

- znajomość teorii mnogości oraz logiki matematycznej, formalizmu w matematyce w zakresie przedmiotu Wstęp do matematyki;
- znajomość arytmetyki w zakresie przedmiotu Wstęp do algebry i teorii liczb;
- znajomość podstaw analizy matematycznej.

### Efekty uczenia się dla zajęć

| Kod                               | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie  | Efekty uczenia się dla kierunku  | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|-----------------------------------|--|--|--|
| <b>Wiedzy - Student/ka:</b>       |  |  |  |
| W1                                | zna i rozumie podstawowe, jak i bardziej zaawansowane pojęcia i twierdzenia algebry liniowej.  | MAT_K1_W01,<br>MAT_K1_W02,<br>MAT_K1_W03                               | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| <b>Umiejętności - Student/ka:</b> |  |  |  |
| U1                                | potrafi rozwiązywać zadania związane z macierzami przekształceń liniowych; wyznaczać jądra i obrazy przekształceń liniowych oraz znajdować ich bazy i wymiary.   | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U06,<br>MAT_K1_U10                | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U2                                | potrafi rozwiązywać problemy związane z przestrzeniami ilorazowymi, m. in. stosować I twierdzenie o izomorfizmie, wyznaczać warstwy itp.   | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U05,<br>MAT_K1_U10                | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U3                                | potrafi rozwiązywać zagadnienie własne dla macierzy kwadratowych, jak również dla endomorfizmów liniowych; sprawdzać czy dana przestrzeń jest niezmiennicza względem endomorfizmu; sprowadzać macierze do postaci diagonalnej i wykorzystywać to przedstawienie macierzy; sprowadzać macierze do postaci normalnej Jordana i wykorzystywać to przedstawienie | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U06,<br>MAT_K1_U10                | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U4                                | potrafi rozwiązywać problemy związane z formami dwuliniowymi/hermitowskimi m.in. znajdować ich radykały, ich reprezentacje macierzowe itp.   | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U10                               | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U5                                | potrafi rozwiązywać problemy wykorzystując iloczyn skalarny, m.in. wyznaczyć rzut prostopadły wektora na podprzestrzeń w przestrzeni unitarnej, stosować algorytm ortogonalizacji Grama-Schmidta, znajdować dopełnienie ortogonalne podprzestrzeni przestrzeni unitarnej itp.  | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U10                               | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U6                                | potrafi rozwiązywać zadania związane z formami kwadratowymi, m. in. doprowadzić formę do postaci kanonicznej metodą Lagrange'a i Jacobiego, sprawdzić określoność formy o współczynnikach rzeczywistych, znaleźć macierz formy kwadratowej itp.  | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U10                               | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U7                                | potrafi dowodzić i formułować podstawowe, jak i bardziej zaawansowane fakty i twierdzenia algebry liniowej oraz formułować podstawowe, jak i bardziej zaawansowane definicje algebry liniowej.   | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U03,<br>MAT_K1_U05,<br>MAT_K1_U10 | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |

## Treści programowe dla zajęć

| Lp. | Treści programowe dla zajęć   | Efekty uczenia się dla zajęć | Formy zajęć       |
|-----|---|------------------------------|-------------------|
| 1.  | Macierz przekształcenia liniowego, jądro i obraz przekształcenia liniowego, własności jądra i obrazu. Przestrzenie przekształceń liniowych. | W1, U1, U7                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 2.  | Przestrzeń ilorazowa, I twierdzenie o izomorfizmie dla przestrzeni liniowych  | W1, U2, U7                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 3.  | Zagadnienie własne dla macierzy kwadratowych oraz endomorfizmów skończonego wymiaru przestrzeni liniowych. Diagonalizacja macierzy          | W1, U3, U7                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 4.  | Forma dwuliniowa, forma hermitowska, radykał lewo- i prawostronny formy, macierz formy w bazie  | W1, U4, U7                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 5.  | Iloczyn skalarny, przestrzeń euklidesowa i unitarna, algorytm ortogonalizacji Grama-Schmidta  | W1, U5, U7                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 6.  | Forma kwadratowa, macierz formy. Sprowadzanie formy kwadratowej do postaci kanonicznej.   | W1, U6, U7                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 7.  | Formy kwadratowe o współczynnikach rzeczywistych i ich określoność, diagonalizacja macierzy symetrycznych o współczynnikach rzeczywistych.  | W1, U3, U6, U7               | Wykład, Ćwiczenia |
| 8.  | Postać Jordana macierzy.  | W1, U3, U7                   | Wykład, Ćwiczenia |

## Informacje dodatkowe

| Forma zajęć | Metody i formy prowadzenia zajęć   |
|-------------|--|
| Wykład      | Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy, Dyskusja, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda badawcza (dociekania naukowego)                                |
| Ćwiczenia   | Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów" |

| Forma zajęć | Warunki zaliczenia zajęć  |
|-------------|---|
| Wykład      | W sesji egzaminacyjnej odbędzie się egzamin pisemny.<br><br>Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny (3,0).<br>Obowiązuje następująca skala ocen:<br>bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 90% punktów możliwych do uzyskania;<br>dobry plus (+db; 4,5): powyżej 80% punktów możliwych do uzyskania;<br>dobry (db; 4,0): powyżej 70% punktów możliwych do uzyskania;<br>dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 60% punktów możliwych do uzyskania;<br>dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów możliwych do uzyskania;<br>niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów możliwych do uzyskania lub mniej. |

| Forma zajęć | Warunki zaliczenia zajęć  |
|-------------|---|
| Ćwiczenia   | <p>Obecność na ćwiczeniach jest obowiązkowa.<br/> W trakcie semestru odbędą się dwa kolokwia, za każde będzie można zdobyć 100 punktów maksymalnie. Nieusprawiedliwienie nieobecności na kolokwium skutkuje otrzymaniem za nie zera punktów.<br/> Prowadzący może nagradzać studentów punktami za aktywność, które będą na końcu doliczane do otrzymanych punktów z kolokwiów.<br/> O ocenie końcowej zadecyduje suma zdobytych punktów wg następującej skali:<br/> bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 180 (90%) punktów;<br/> dobry plus (+db; 4,5): powyżej 160 (80%) punktów;<br/> dobry (db; 4,0): powyżej 140 (70%) punktów;<br/> dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 120 (60%) punktów;<br/> dostateczny (dst; 3,0): powyżej 100 (50%) punktów;<br/> niedostateczny (ndst; 2,0): 100 (50%) punktów lub mniej.</p> <p>Jeśli student nie zaliczy ćwiczeń, to na końcu semestru odbędzie się kolokwium poprawkowe.</p> |

## Literatura

### Obowiązkowa

1. Grzegorz Banaszak, Wojciech Gajda, Elementy Algebry Liniowej cz.1, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2002
2. Grzegorz Banaszak, Wojciech Gajda, Elementy Algebry Liniowej cz.2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2002
3. Jerzy Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2008

### Dodatkowa

1. William A. Adkins, Steven H. Weintraub, Algebra: An Approach Via Module Theory, GTM 136, Springer, 1992, 1999
2. Aleksiej I. Kostrikin, Wstęp do algebry 2, Algebra liniowa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2004, 2021
3. Aleksiej I. Kostrikin, Zbiór zadań z algebry, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2005, 2020

## Nakład pracy studenta i punkty ECTS

| Rodzaje zajęć studenta              | Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć |
|-------------------------------------|---|
| Wykład                              | 30  |
| Ćwiczenia                           | 30  |
| Przygotowanie do zajęć              | 30  |
| Czytanie wskazanej literatury       | 30  |
| Przygotowanie do zaliczenia         | 15  |
| Przygotowanie do egzaminu           | 15  |
| <b>Łączny nakład pracy studenta</b> | <b>Liczba godzin</b><br>150   |
| <b>Liczba punktów ECTS</b>          | <b>ECTS</b><br>5  |

\* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

## Efekty uczenia się dla kierunku

| Kod        | Treść  |
|------------|--|
| MAT_K1_U01 | Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje   |
| MAT_K1_U02 | Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie                                  |
| MAT_K1_U03 | Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego   |
| MAT_K1_U05 | Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich  |
| MAT_K1_U06 | Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb                                   |
| MAT_K1_U10 | Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii |
| MAT_K1_W01 | Absolwent/ka zna i rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań   |
| MAT_K1_W02 | Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń   |
| MAT_K1_W03 | Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów   |