



Algebra liniowa 1

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka	Cykl dydaktyczny 2024/25
Specjalność -	Kod zajęć 06MATS.11K.03579.24
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki	Języki wykładowe polski
Poziom studiów studia pierwszego stopnia	Obligatoryjność Obowiązkowy
Forma studiów studia stacjonarne	Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Profil studiów profil ogólnoakademicki	
Koordynator zajęć	Dorota Blinkiewicz
Prowadzący zajęcia	Dorota Blinkiewicz
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną
	Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	przekazanie wiedzy z zakresu rozwiązywania dowolnych układów równań liniowych
C2	zapoznanie studentów z rachunkiem na macierzach, algorytmami odwracania macierzy oraz powiązаныmi zagadnieniami
C3	zapoznanie studentów z pojęciem wyznacznika macierzy i jego zastosowaniem
C4	zapoznanie studentów z pojęciem przestrzeni liniowych nad dowolnym ciałem oraz powiązаныmi zagadnieniami
C5	zapoznanie studentów z pojęciem przekształcenia liniowego oraz powiązаныmi zagadnieniami

Wymagania wstępne

- znajomość zagadnień matematycznych na poziomie matury rozszerzonej z matematyki.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia algebry liniowej	MAT_K1_W01, MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi rozwiązywać dowolne układy równań liniowych oraz określić rząd danej macierzy, znaleźć postacie zredukowane	MAT_K1_U02, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10, MAT_K1_U16	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	potrafi wykonywać operacje na macierzach, znajdować macierz odwrotną za pomocą różnych metod, obliczać wyznacznik macierzy kwadratowych	MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	potrafi badać liniową zależność wektorów, znajdować bazy i wymiary przestrzeni liniowych, znajdować macierz przejścia od bazy do bazy, itp.	MAT_K1_U02, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi rozróżniać struktury algebraiczne; określić, czy dany zbiór jest podprzestrzenią liniową danej przestrzeni liniowej, czy suma algebraiczna podprzestrzeni liniowych jest sumą prostą, itp.	MAT_K1_U05, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi dowodzić i formułować podstawowe fakty i twierdzenia algebry liniowej oraz formułować podstawowe definicje algebry liniowej	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Struktury algebraiczne. Arytmetyka w różnych ciałach. Macierz o m wierszach n kolumnach i elementach/współczynnikach z dowolnego ciała. Postać zredukowana i całkowicie zredukowana macierzy. Rząd macierzy. Układ równań liniowych o współczynnikach z dowolnego ciała. Metoda eliminacji Gaussa-Jordana rozwiązywania układów równań. Twierdzenie Kroneckera-Capellego.	W1, U1, U4, U5	Wykład, Ćwiczenia
2.	Operacje dodawania macierzy, mnożenia macierzy przez skalar oraz mnożenia macierzy. Macierz transponowana i hermitowsko-sprzężona. Własności działań. Ślad macierzy. Macierze elementarne. Macierz odwrotna, odwracalna, osobliwa, nieosobliwa. Algorytm odwracania macierzy za pomocą operacji elementarnych.	W1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
3.	Wyznacznik macierzy kwadratowej. Własności wyznacznika; twierdzenie Laplace'a, wzór Sarrusa; twierdzenie Cauchy'ego. n-ta grupa liniowa, n-ta specjalna grupa liniowa, n-ta grupa ortogonalna, itd. Macierz dołączona oraz wzór na macierz odwrotną wykorzystujący wyznacznik i macierz dołączoną. Minor macierzy, minor obejmujący. Metoda minorów obejmujących (dot. obliczania rzędu macierzy). Wzory Cramera.	W1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
4.	Przestrzeń liniowa i podprzestrzeń liniowa. Układ wektorów oraz kombinacja liniowa układu wektorów. Powłoka liniowa układu wektorów. Liniowa niezależność oraz liniowa zależność układu wektorów. Baza i wymiar przestrzeni liniowej, współrzędne wektora względem bazy. Twierdzenie Steinitza o wymianie. Suma prosta i algebraiczna podprzestrzeni liniowych. Macierz przejścia od bazy do bazy.	W1, U3, U4, U5	Wykład, Ćwiczenia
5.	Przekształcenie liniowe, funkcjonał liniowy oraz przestrzeń dualna. Monomorfizm, epimorfizm i izomorfizm przestrzeni liniowych oraz automorfizm i endomorfizm/operator liniowy przestrzeni liniowej. Własności przekształcenia liniowego.	W1, U5	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy, Dyskusja
Ćwiczenia	Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów", Praca w grupach, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	<p>W sesji egzaminacyjnej odbędzie się egzamin pisemny. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny (3,0). Obowiązuje następująca skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 90% punktów możliwych do uzyskania; dobry plus (+db; 4,5): powyżej 80% punktów możliwych do uzyskania; dobry (db; 4,0): powyżej 70% punktów możliwych do uzyskania; dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 60% punktów możliwych do uzyskania; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów możliwych do uzyskania; niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów możliwych do uzyskania lub mniej.</p>
Ćwiczenia	<p>Obecność na ćwiczeniach jest obowiązkowa. W trakcie semestru odbędą się dwa kolokwia, za każde będzie można zdobyć 100 punktów maksymalnie. Nieusprawiedliwienie nieobecności na kolokwium skutkuje otrzymaniem za nie zera punktów. Prowadzący może nagradzać studentów punktami za aktywność, które będą na końcu doliczane do otrzymanych punktów z kolokwiów. O ocenie końcowej zadecyduje suma zdobytych punktów wg następującej skali: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 180 (90%) punktów; dobry plus (+db; 4,5): powyżej 160 (80%) punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 140 (70%) punktów; dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 120 (60%) punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 100 (50%) punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 100 (50%) punktów lub mniej. Jeśli student nie zaliczy ćwiczeń, to na końcu semestru odbędzie się kolokwium poprawkowe.</p>

Literatura

Obowiązkowa

1. G. Banaszak, W. Gajda, Elementy Algebry Liniowej cz.1, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne (2002)
2. G. Banaszak, W. Gajda, Elementy Algebry Liniowej cz.2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne (2002)
3. J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN (2008 lub inne wydania)

Dodatkowa

1. William A. Adkins, Steven H. Weintraub, Algebra: An Approach Via Module Theory, GTM 136, Springer (1992, 1999)
2. Aleksiej I. Kostrikin, Wstęp do algebry 2, Algebra liniowa, Wydawnictwo Naukowe PWN (2004, 2021)
3. Aleksiej I. Kostrikin, Zbiór zadań z algebry, Wydawnictwo Naukowe PWN (2005, 2020)

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do zaliczenia	15
Przygotowanie do egzaminu	15

Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii
MAT_K1_U16	Absolwent/ka potrafi modelować w języku matematycznym i rozwiązywać proste problemy praktyczne
MAT_K1_W01	Absolwent/ka zna i rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w zakresie wystarczającym do poprawnego stosowania formalizmu matematycznego w tworzeniu i analizie prostych modeli matematycznych w różnych działach matematyki i innych dziedzinach wiedzy