



UNIwersytet
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Wstęp do algebry i teorii liczb Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia pierwszego stopnia Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2026/27 Kod zajęć 06MATS.11.00193.26 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty podstawowe
Koordynator zajęć	Łukasz Pańkowski	
Prowadzący zajęcia	Łukasz Pańkowski, Grzegorz Banaszak	
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami arytmetyki modularnej oraz teorii podzielności.
C2	Zapoznanie studentów z podstawowymi strukturami algebraicznymi oraz najważniejszymi własnościami grupy permutacji, ciała liczb zespolonych i pierścienia wielomianów.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	Zna pojęcie liczby pierwszej, liczby złożonej oraz podzielności w pierścieniu liczb całkowitych. Zna podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące arytmetyki liczb całkowitych, w szczególności zasadnicze twierdzenie arytmetyki.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	Zna definicję oraz podstawowe własności arytmetyczne relacji kongruencji. W szczególności, zna chińskie twierdzenie o resztach, twierdzenie Fermata i twierdzenie Eulera.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	Zna definicję działania w zbiorze i ich własności. Zna definicję podstawowych struktur algebraicznych takich jak grupa, pierścień, ciało, ich przykłady oraz pojęcie izomorfizmu między tymi strukturami.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	Zna i rozumie podstawowe definicje i twierdzenia dotyczące grupy permutacji. Zna pojęcie znaku permutacji.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W5	Zna konstrukcję ciała liczb zespolonych oraz ich interpretację geometryczną.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W6	Zna pojęcie wielomianu o współczynnikach liczbowych. Zna twierdzenie Bezouta, pojęcie krotności pierwiastka oraz zasadnicze twierdzenie algebry.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	Potrafi wyznaczyć NWD i NWW dowolnego skończonego układu liczb całkowitych przy pomocy algorytmu Euklidesa. Umie wyznaczyć wszystkie rozwiązania całkowite równań postaci: $ax+by=c$ oraz znaleźć element odwrotny w arytmetyce modularnej korzystając z algorytmu Euklidesa.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	Rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o rozwiązalności kongruencji liniowej, chińskie twierdzenie o resztach, małe twierdzenie Fermata oraz twierdzenie Eulera. Potrafi zastosować kongruencje do wyznaczania cech podzielności przez dowolną liczbę naturalną.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	Potrafi wskazać przykłady działań w różnych zbiorach oraz sprawdzić jego podstawowe własności. Potrafi również rozpoznać izomorficzność dwóch prostych struktur oraz uzasadnić, czy dany zbiór z działaniami jest grupą, pierścieniem lub ciałem.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	Rozumie pojęcie permutacji, potrafi składać i odwracać permutacje, rozkładać na cykle i transpozycje oraz ustalić parzystość permutacji. Umie rozwiązać równania w grupie permutacji pamiętając, że składanie przekształceń nie jest przemienne.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U5	Potrafi przedstawić liczbę zespoloną w postaci algebraicznej i trygonometrycznej oraz rozumie interpretację geometryczną liczby zespolonej. Umie wykonywać podstawowe operacje na liczbach zespolonych, potęgować liczby zespolone w postaci trygonometrycznej, a także obliczać jej pierwiastki stopnia naturalnego.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U6	Potrafi dodawać i mnożyć wielomiany. Rozumie znaczenie pierwiastka wielomianu i umie stosować schemat Hornera. Umie wykonać dzielenie z resztą wielomianu przez wielomian. Rozumie w jaki sposób zmiana ciała współczynników wpływa na rozkładalność wielomianu.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	Jest gotów/gotowa do samodzielnego studiowania bardziej złożonych pojęć z algebry i teorii liczb na poziomie studiów I stopnia.	MAT_K1_K01, MAT_K1_K04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Pojęcie i podstawowe własności podzielności liczb całkowitych. Wyznaczanie NWD i NWW dowolnego skończonego układu liczb całkowitych. Rozszerzony algorytm Euklidesa. Rozwiązywalność równań diofantycznych postaci $ax+by=c$.	W1, U1, K1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Pojęcie liczby pierwszej i złożonej. Sito Eratostenesa. Zasadnicze twierdzenie arytmetyki o rozkładzie liczb na iloczyn liczb pierwszych oraz jego zastosowanie do wyznaczania NWD i NWW.	W1, U1, K1	Wykład, Ćwiczenia
3.	Pojęcie kongruencji oraz jej podstawowe własności. Twierdzenie o rozwiązywalności kongruencji liniowych oraz chińskie twierdzenie o resztach.	W2, U2, K1	Wykład, Ćwiczenia
4.	Małe twierdzenie Fermata. Definicja i multiplikatywność funkcji Eulera. Wykorzystanie rozkładu liczby złożonej na iloczyn potęg liczb pierwszych do obliczenia wartości funkcji Eulera. Twierdzenie Eulera. Wyprowadzanie cech podzielności. Omówienie szyfrowania i deszyfrowania w kryptosystemie RSA.	W2, U2, K1	Wykład, Ćwiczenia
5.	Definicja działania w zbiorze, własności działań, przykłady działań w różnych zbiorach, w tym działanie modulo n . Definicja i przykłady podstawowych struktur algebraicznych: grupa, pierścień i ciało. Definicja izomorfizmu struktur algebraicznych.	W3, U3, K1	Wykład, Ćwiczenia
6.	Definicja grupy permutacji, składanie i odwracanie permutacji, rozkład na cykle rozłączne i transpozycje, parzystość permutacji oraz pojęcie znaku permutacji. Definicja grupy dihedralnej.	W4, U4	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
7.	Definicja ciała liczb zespolonych, własności działań na liczbach zespolonych oraz ich postać algebraiczna i trygonometryczna. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych. Wzór de Moivre'a oraz potęgowanie i pierwiastkowanie liczb zespolonych. Podstawowe własności pierwiastków z jedynki.	W5, U5, K1	Wykład, Ćwiczenia
8.	Definicja pierścienia wielomianów o współczynnikach z dowolnego ciała. Pojęcie stopnia wielomianu, pierwiastków wielomianu, twierdzenie Bezouta oraz schemat Hornera. Dzielenie wielomianów dowolnych stopni. Krotności pierwiastka oraz zasadnicze twierdzenie algebry (bez dowodu). Rozkładalność w pierścieniu wielomianów, w szczególności o współczynnikach zespolonych, rzeczywistych i wymiernych.	W6, U6, K1	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny
Ćwiczenia	Rozwiązanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Ocenę z wykładu uzyskuje się na podstawie egzaminu pisemnego. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) – powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) – powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) – powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) – powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) – powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) – 50% punktów lub mniej
Ćwiczenia	Zdobycie co najmniej 50% możliwych punktów ze sprawdzianów. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) – powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) – powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) – powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) – powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) – powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) – 50% punktów lub mniej

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Iwaszkiewicz-Rudoszańska, Wstęp do algebry i teorii liczb, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2009.
2. J. Rutkowski, Teoria liczb w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2018.

Dodatkowa

1. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
2. W. Sierpiński, Teoria liczb, t. I,II, PWN, Warszawa 1959.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	20
Przygotowanie do egzaminu	30
Przygotowanie do zaliczenia	20
Przygotowanie do zajęć	20
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do uznania ograniczenia własnej wiedzy i umiejętności i zrozumienia potrzeby dalszego kształcenia, w tym do samodzielnego stawiania pytań, wyszukiwania informacji i ich krytycznej analizy
MAT_K1_K04	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do zrozumienia i docenienia uczciwości intelektualnej i zasad etyki zawodowej
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi posługiwać się formalizmem matematycznym przy definiowaniu pojęć, formułowaniu twierdzeń i budowie prostych modeli matematycznych
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem analizy matematycznej oraz stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem algebry liniowej oraz abstrakcyjnej i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi posługiwać się pojęciami i twierdzeniami rachunku prawdopodobieństwa, statystyki matematycznej oraz matematyki dyskretniej i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi pracować indywidualnie oraz w zespole nad projektami
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w stopniu umożliwiającym stosowanie formalizmu matematycznego do rozwiązywania problemów z różnych obszarów wiedzy
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, metody i twierdzenia logiki matematycznej oraz teorii mnogości
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia algebry abstrakcyjnej i liniowej oraz geometrii